

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

наименование дисциплины (модуля)

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Общий профиль: прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Избранные вопросы теории чисел»

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
УК-1.	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3. Владеет навыками работы с информационными объектами и сетью Интернет, опытом научного поиска, опытом библиографического поиска
ПК-2.	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы. ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач. ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач.

ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ
ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

№ задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА НА ДОПОЛНЕНИЕ			
1		Допишите утверждение. Последняя цифра в десятичном представлении числа 473^{1971} равна:..	ПК-2
2		Допишите утверждение. Наибольшее целое число, дающее при делении на 13 частное 17, равно ...	ПК-2
3		Допишите утверждение. Все простые числа отрезка $[100, 110]$:...	ПК-2 УК-1
4		Допишите утверждение. Если делимое и частное, соответственно равны 42157 и 231, то делитель и остаток, соответственно равны ...	УК-1
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ			
5		Запишите развернутый ответ решения задачи. Пусть \bar{a} – класс вычетов по модулю m , содержащий число a . При каком m в кольце Z/mZ возможно равенство $\bar{2} - \bar{3} = \bar{5}$?	ПК-2
6		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти все целочисленные решения уравнения $13x + 29y = 19$.	ПК-2
7		Запишите развернутый ответ решения задачи. Разность двух нечетных чисел равна 2^m . Доказать, что эти числа взаимно простые.	ПК-2

8		Запишите развернутый ответ решения задачи. Найти натуральное число, которое, делится точно на два различных простых числа, если число его натуральных делителей равно 6, и их сумма 8.	ПК-2 УК-1
9		Запишите развернутый ответ задачи Переведите десятичную дробь 2,3(42) в обыкновенную.	ПК-2
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ			
10		Постройте последовательность целых чисел в порядке возрастания значений функции Эйлера: 1: $\varphi(1)$ 2: $\varphi(12)$ 3: $\varphi(9)$ 4: $\varphi(13)$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-2
11		Расположите сравнения по возрастанию количества их решений. 1. Сравнение $51x \equiv 141 \pmod{234}$ 2. Сравнение $78x \equiv 30 \pmod{198}$ 3. Сравнение $5x \equiv 7 \pmod{8}$ Запишите соответствующую последовательность правильности порядка условий в виде цифр слева направо.	ПК-2
12		Запишите последовательность сравнений в порядке возрастания их степеней (если есть сравнение, не имеющее степени, то оно находится последним). 1: $21x^3 + 17x + 30 \equiv 0 \pmod{7}$ 2: $9x^3 + 2x^2 - x + 1 \equiv 0 \pmod{3}$ 3: $2x^3 - 3x + 4 \equiv 0 \pmod{5}$ 4: $16x^5 + 13x^4 - 3x^3 - x + 3 \equiv 0 \pmod{4}$ 5: $28x^2 + 7x + 14 \equiv 0 \pmod{7}$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо.	ПК-2 УК-1
13		Установите последовательность сравнений таким образом, чтобы сначала шло сравнение первой степени, затем двучленное сравнение и двучленное показательное сравнение 1. $37x^{15} \equiv 62 \pmod{73}$ 2. $12x \equiv 9 \pmod{18}$ 3. $12x \equiv 9 \pmod{3}$ 4. $2^x \equiv 7 \pmod{67}$ Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-2 УК-1
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ			

14		<p>Установите соответствие между системами вычетов</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>{19, 23, 25, -19}</td> <td>1</td> <td>Приведенная система вычетов по модулю $m=12$</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>{11, -1, 17, -19}</td> <td>2</td> <td>Приведенная система вычетов по модулю $m=8$</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>{13, -13, 29, -9}</td> <td>3</td> <td>Приведенная система вычетов по модулю $m=10$</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	А	{19, 23, 25, -19}	1	Приведенная система вычетов по модулю $m=12$	Б	{11, -1, 17, -19}	2	Приведенная система вычетов по модулю $m=8$	В	{13, -13, 29, -9}	3	Приведенная система вычетов по модулю $m=10$	А	Б	В				ПК-2 УК-1												
А	{19, 23, 25, -19}	1	Приведенная система вычетов по модулю $m=12$																														
Б	{11, -1, 17, -19}	2	Приведенная система вычетов по модулю $m=8$																														
В	{13, -13, 29, -9}	3	Приведенная система вычетов по модулю $m=10$																														
А	Б	В																															
15		<p>Установите соответствие между парами: делимое и делитель и их неполное частное и остаток:</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>1207 и 151</td> <td>1</td> <td>7 и 150</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>10 и 10</td> <td>2</td> <td>1 и 0</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>100 и 101</td> <td>3</td> <td>0 и 100</td> </tr> <tr> <td>Г</td> <td>-4 и 3</td> <td>4</td> <td>-2 и 2</td> </tr> <tr> <td>Д</td> <td></td> <td>5</td> <td>-1 и -1</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> <td>Г</td> <td>Д</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	А	1207 и 151	1	7 и 150	Б	10 и 10	2	1 и 0	В	100 и 101	3	0 и 100	Г	-4 и 3	4	-2 и 2	Д		5	-1 и -1	А	Б	В	Г	Д						ПК-2 УК-1
А	1207 и 151	1	7 и 150																														
Б	10 и 10	2	1 и 0																														
В	100 и 101	3	0 и 100																														
Г	-4 и 3	4	-2 и 2																														
Д		5	-1 и -1																														
А	Б	В	Г	Д																													
16		<p>Установите соответствие между системами вычетов по модулю 5</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>Полная система наименьших неотрицательных вычетов.</td> <td>1</td> <td>{0, 1, 2, 3, 4}</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>Полная система наименьших положительных вычетов.</td> <td>2</td> <td>{1, 2, 3, 4, 5}</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>Полная система абсолютно наименьших вычетов.</td> <td>3</td> <td>{-2, -1, 0, 1, 2}</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	А	Полная система наименьших неотрицательных вычетов.	1	{0, 1, 2, 3, 4}	Б	Полная система наименьших положительных вычетов.	2	{1, 2, 3, 4, 5}	В	Полная система абсолютно наименьших вычетов.	3	{-2, -1, 0, 1, 2}	А	Б	В				ПК-2												
А	Полная система наименьших неотрицательных вычетов.	1	{0, 1, 2, 3, 4}																														
Б	Полная система наименьших положительных вычетов.	2	{1, 2, 3, 4, 5}																														
В	Полная система абсолютно наименьших вычетов.	3	{-2, -1, 0, 1, 2}																														
А	Б	В																															
17		<p>Установите соответствие между функциями и их значениями.</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>12</td> <td>1</td> <td>$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n.</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>168</td> <td>2</td> <td>$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n.</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>60</td> <td>3</td> <td>$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n.</td> </tr> <tr> <td>Г</td> <td>16</td> <td>4</td> <td>$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n.</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1"> <tr> <td>А</td> <td>Б</td> <td>В</td> <td>Г</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	А	12	1	$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n .	Б	168	2	$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n .	В	60	3	$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n .	Г	16	4	$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n .	А	Б	В	Г					ПК-2						
А	12	1	$\tau(60)$, где $\tau(n)$ – число всех натуральных делителей n .																														
Б	168	2	$\sigma(60)$, где $\sigma(n)$ – сумма всех натуральных делителей n .																														
В	60	3	$E(60)$, где $E(n)$ – целая часть n .																														
Г	16	4	$\varphi(60)$, где $\varphi(n)$ – количество натуральных чисел, не превосходящих n и взаимно – простых с n .																														
А	Б	В	Г																														

18		<p>Установите соответствие между следующими утверждениями согласно критерию Эйлера о символе Лежандра:</p> <table border="1" data-bbox="507 230 1082 436"> <tbody> <tr> <td data-bbox="507 230 555 331">А</td> <td data-bbox="555 230 863 331">$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$</td> <td data-bbox="863 230 919 331">1</td> <td data-bbox="919 230 1082 331">$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="507 331 555 436">Б</td> <td data-bbox="555 331 863 436">$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$</td> <td data-bbox="863 331 919 436">2</td> <td data-bbox="919 331 1082 436">$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1" data-bbox="523 472 1115 555"> <tbody> <tr> <td data-bbox="523 472 820 517">А</td> <td data-bbox="820 472 1115 517">Б</td> </tr> <tr> <td data-bbox="523 517 820 555"></td> <td data-bbox="820 517 1115 555"></td> </tr> </tbody> </table>	А	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$	1	$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$	Б	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$	2	$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$	А	Б			ПК-2 УК-1										
А	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$	1	$\left(\frac{a}{p}\right) = 1$																						
Б	$a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$	2	$\left(\frac{a}{p}\right) = -1$																						
А	Б																								
19		<p>Установите соответствие между действительными числами и цепными дробями, в которые они обращаются.</p> <table data-bbox="427 703 1283 1128"> <tbody> <tr> <td data-bbox="427 703 624 741">А. [5; 4, 3, 2, 3]</td> <td data-bbox="1182 703 1238 741">$\frac{539}{103}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="427 792 549 831">Б. [2; (4)]</td> <td data-bbox="1142 748 1238 786">1. $\frac{103}{\sqrt{5}}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="427 860 580 898">В. [5; (1, 3)]</td> <td data-bbox="1142 792 1238 831">2. $\sqrt{5}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="427 949 619 987">Г. [2; 1, 3, 4, 2]</td> <td data-bbox="1142 860 1283 898">3. $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="427 1084 501 1122">Д. [9]</td> <td data-bbox="1142 898 1238 936">4. $\frac{105}{38}$</td> </tr> <tr> <td></td> <td data-bbox="1142 965 1238 1003">5. -</td> </tr> </tbody> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами</p> <table border="1" data-bbox="767 1196 1066 1279"> <thead> <tr> <th data-bbox="767 1196 820 1234">А</th> <th data-bbox="820 1196 874 1234">Б</th> <th data-bbox="874 1196 928 1234">В</th> <th data-bbox="928 1196 983 1234">Г</th> <th data-bbox="983 1196 1066 1234">Д</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="767 1234 820 1279"></td> <td data-bbox="820 1234 874 1279"></td> <td data-bbox="874 1234 928 1279"></td> <td data-bbox="928 1234 983 1279"></td> <td data-bbox="983 1234 1066 1279"></td> </tr> </tbody> </table>	А. [5; 4, 3, 2, 3]	$\frac{539}{103}$	Б. [2; (4)]	1. $\frac{103}{\sqrt{5}}$	В. [5; (1, 3)]	2. $\sqrt{5}$	Г. [2; 1, 3, 4, 2]	3. $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$	Д. [9]	4. $\frac{105}{38}$		5. -	А	Б	В	Г	Д						ПК-2 УК-1
А. [5; 4, 3, 2, 3]	$\frac{539}{103}$																								
Б. [2; (4)]	1. $\frac{103}{\sqrt{5}}$																								
В. [5; (1, 3)]	2. $\sqrt{5}$																								
Г. [2; 1, 3, 4, 2]	3. $\frac{7 + \sqrt{21}}{2}$																								
Д. [9]	4. $\frac{105}{38}$																								
	5. -																								
А	Б	В	Г	Д																					
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА																									
20		<p>Выберите правильный ответ</p> <p>Число первообразных корней по простому модулю p равно:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $p - 1$ 2. $\varphi(p + 1)$, где φ – функция Эйлера 3. $\varphi(p - 1)$, где φ – функция Эйлера 4. $\varphi(p)$, где φ – функция Эйлера 	ПК-2																						
21		<p>Выберите правильный ответ</p> <p>Если g – первообразный корень по простому модулю p и $a \equiv g^k \pmod{p}$, то k называют</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. индексом числа a по модулю p 2. порядком числа a по модулю p 3. первообразным корнем по модулю p 	ПК-2 УК-1																						
22	2	<p>Выберите правильный ответ.</p> <p>Сравнение $15 \cdot 7^{2x} \equiv 8 \cdot 3^{3x} \pmod{31}$ равносильно сравнению</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\text{ind}15 + 2x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + 3x \cdot \text{ind}3 \pmod{31}$ 	ПК-2																						

		2. $\text{ind}15 + 2x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + 3x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 3. $15 + 2x \cdot \text{ind}7 \equiv 8 + 3x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 4. $\text{ind}15 + \text{ind}2 \cdot x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + \text{ind}3 \cdot x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$ 5. $\text{ind}15 + \text{ind}2 \cdot x \cdot \text{ind}7 \equiv \text{ind}8 + \text{ind}3 \cdot x \cdot \text{ind}3 \pmod{30}$	
23		Выберите правильный ответ. <i>Пусть p – простое число. Тогда сравнение</i> $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \equiv 0 \pmod{n}$ <i>имеет</i> 1. не более n различных решений 2. не менее n различных решений 3. точно n различных решений	ПК-2
24		Выберите правильный ответ. <i>Число $\frac{539}{103}$ раскладывается в непрерывную дробь вида</i> 1. [5; 4, 3, 2, 3] 2. [5; 4, 3, 2, 3, 1] 3. [5; 4, 7, 2, 3, 1] 4. [5; 4, 7, 2, 3, 1, 0]	ПК-2 УК-1
25		Выберите правильный ответ. <i>Для определения: квадратичным вычетом или невычетом является 3 по модулю 5 нужно исследовать сравнение:</i> 1. $x^2 \equiv 3 \pmod{5}$ 2. $x^2 \equiv 5 \pmod{3}$ 3. $x^3 \equiv 3 \pmod{5}$ 4. $x \equiv 3 \pmod{5}$	ПК-2 УК-1
26		Выберите правильный ответ. <i>Наименьшим положительным вычетом в классе</i> <i>решений системы сравнений</i> $\begin{cases} x + 3y \equiv 5 \\ 4x \equiv 5 \end{cases} \pmod{7}$ <i>является...</i> 1. 3 2. 5 3. 1	ПК-2
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ			
27		Выберите правильные ответы. <i>Сравнение первой степени с одним неизвестным можно решить следующими способами:</i> 1. Перебором вычетов из ПСВ по данному модулю 2. С помощью теоремы Эйлера 3. С помощью цепных дробей 4. С помощью индексов 5. С помощью первообразных корней	ПК-2 УК-1
28		Выберите правильные ответы.	ПК-2

		<p><i>Сравнение</i></p> $2x^8 + 6x^7 - x^6 + 2x^5 + 3x^4 - x^3 + 4x^2 + 8x - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ <p><i>равносильно сравнению :</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $5x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 10x - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ 2. $3x^2 - 1 \equiv 0 \pmod{5}$ 3. $x \equiv 0 \pmod{5}$ 4. $x \equiv 1 \pmod{5}$ 	
29		<p>Выберите правильные ответы. Какие из следующих чисел являются алгебраическими:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{3}{5}$ 2. $2\frac{1}{2}$ 3. $\sqrt{3}$ 4. $2 - \sqrt{2}$ 5. $1 - 2i$ 6. $3^{\sqrt{2}}$ 	ПК-2
30		<p>Выберите правильные ответы. <i>Двулучное сравнение $15x^4 \equiv 17 \pmod{23}$ имеет решением</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $x \equiv 10 \pmod{23}$ 2. $x \equiv 13 \pmod{23}$ 3. $x \equiv 14 \pmod{23}$ 4. $x \equiv 5 \pmod{23}$ 	ПК-2
31		<p>Выберите правильные ответы. Основными свойствами индексов являются:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\text{ind } a + \text{ind } b \equiv \text{ind } ab \pmod{p-1}$ 2. $\text{ind } \frac{a}{b} \equiv \text{ind } a - \text{ind } b \pmod{p-1}$ 3. $\text{ind } 1 \equiv 0 \pmod{p-1}$ 4. $\text{ind } a \cdot \text{ind } b \equiv \text{ind } ab \pmod{p-1}$ 5. $\text{ind } a + \text{ind } b \equiv \text{ind } (a + b) \pmod{p-1}$ 	ПК-2
32		<p>Выберите правильные ответы. Сравнимость чисел a и b по модулю m равносильна</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. делимости a-b на m 2. равноостаточности их при делении на m 3. нахождению их в одном классе вычетов по модулю m 4. тому, что их НОК равен m 5. тому, что их НОД равен m 6. возможности представления a в виде $a = b + mt$, где t- целое число. 	ПК-2 УК-1